Additional Notes: Word Eigen in Germanic Languages

eigen-

See also: **eigen**

radiometry

Contents [hide]

English [edit]

Etymology [edit]

Borrowed from German *eigen* ("own"). Many of the compounds represent partial translations from German, e.g. *eigenvalue* from German *Eigenwert*. Doublet of *own*.

Prefix [edit]

eigen-

1. (*linear algebra*) *Forms terms pertaining to or related to eigenvectors, eigenvalues; especially for naming mathematical objects which are not affected by a given linear transformation except for by scalar multiplication.*

Derived terms [edit]

▶ English terms prefixed with eigen-

- eigenbundle
- eigencomposition

Accredited Wikidictionary.org (https://en.wiktionary.org/wiki/eigen-)
(https://en.wiktionary.org/wiki/eigen)

*Translation of **Eigenschaft** – German–English dictionary*

Eigenschaft

noun

[feminine] /ˈaigənʃaft/

genitive , singular **Eigenschaft** | nominative , plural **Eigenschaften**

Add to word list

eines von vielen Dingen, deren Kombination eine Person / Sache von anderen unterscheidet

feature, quality, characteristic

eine = number 1

- *Welche Eigenschaft schätzt du an ihr besonders?*
  What quality do you particularly admire in her?

- *Gase haben die Eigenschaft, sich im Raum gleichmäßig auszudehnen.*

Synonym

Merkmal

given is

Gegeben ist die lineare Transformation $\mathbf{x} \mapsto \mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{y}$.

(linear transf.)

Sei nun

be so

$$\mathbf{y} = \lambda\,\mathbf{x} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{ll} \mathbf{x} & \text{Eigenvektor von } \mathbf{A} \\ \lambda & \text{Eigenwert von } \mathbf{A} \end{array}$$

value

One number · if · it

Definition 11.1 Eine Zahl $\lambda \in \mathbb{R}$ heißt *Eigenwert* der $n \times n$-Matrix $\mathbf{A}$, wenn es einen Spaltenvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ gibt mit

column vector · gives

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \lambda\,\mathbf{x} \tag{11.1}$$

is then called · for the

$\mathbf{x}$ heißt dann *Eigenvektor* von $\mathbf{A}$ zum Eigenwert λ.

Gleichung (11.1) läßt sich umschreiben zu

(Equation) · leaves itself · rewritten into

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E})\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

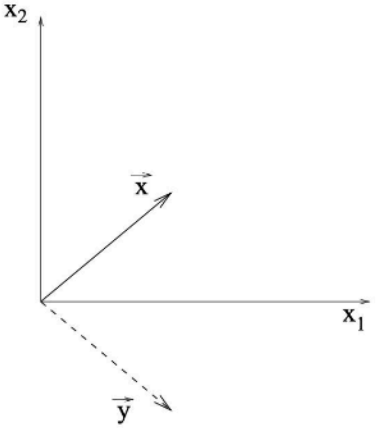
(From *Das Eigenwertproblem* by Andreas Dreuw of Heidelberg University)

Beispiel 11.1 Spiegelung im $\mathbb{R}^2$ (z. B. an der x_1-Achse)

Recall

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A}\,\mathbf{x}$$

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \lambda\,\mathbf{x} = \lambda\,\mathbf{E}\,\mathbf{x} \quad \rightarrow \quad (\mathbf{A} - \lambda\,\mathbf{E})\,\mathbf{x} = 0 \tag{11.2}$$



Für die Eigenwerte finden wir also

eigenvalues

("intrinsic values"?)

$$\lambda_{\pm} = \pm 1$$

axis

Abbildung 11.1: Beispiel für eine Spiegelung an der x_1-Achse.

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E}) = \det\begin{pmatrix} 1-\lambda & 0 \\ 0 & -1-\lambda \end{pmatrix} = -(1-\lambda)\,(1+\lambda) \overset{!}{=} 0$$

(From *Das Eigenwertproblem* by Andreas Dreuw of Heidelberg University)

1. $\lambda_+ = 1$. Einsetzen in (11.2)

Insert

$$(\mathbf{A} - 1 \cdot \mathbf{E})\,\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

$$x_2 = 0 \qquad x_1 = \alpha$$

$$\mathbf{x}_+ = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$ ist der zu $\lambda = 1$ gehörige Eigenvektor.

sol

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A - \lambda_+ \cdot I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\rightsquigarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$ which solves to

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

thus $\boxed{\bar{v}_+ = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}$ ist einen Eigenvektor von A associated mit Eigenwert $\lambda_+ = 1$.

Anschaulich:

1. $\lambda_+ = 1$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

   $\mathbf{x}_+$ geht bei Spiegelung an der x_1-Achse in sich selbst über.

(From *Das Eigenwertproblem* by Andreas Dreuw of Heidelberg University)